

# 一种对角 LDA 算法及其在人脸识别上的应用

林宇生<sup>1)</sup> 王建国<sup>1,2)</sup> 杨静宇<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(南京理工大学计算机系,南京 210094) <sup>2)</sup>(唐山学院网络教育中心,唐山 063000)

**摘要** 2维特征抽取方法(如2DPCA、2DLDA),因为其抽取特征的速度和识别率要比1维的方法好,所以在人脸识别中得到了广泛的应用。最近基于2DPCA又提出了对角主成份分析(diagonal principal component analysis, DiaPCA),该方法由于保持了图像的行变化和图像的列变化之间的相关性,从而克服了2DPCA仅能反映图像行之间的变化,而忽略了图像列之间变化的缺点。但是,由于DiaPCA并没在特征抽取中融入鉴别信息,同时2DLDA也具有与2DPCA同样的缺点,从而分别影响了DiaPCA与2DLDA两种方法的识别性能。针对这一问题,提出了一种对角线性鉴别分析(diagonal linear discriminant analysis, DiaLDA)的新算法,该新算法是基于对角人脸图像来求解最优鉴别向量。该新算法在ORL和FERET人脸库进行了实验,并与PCA、Fisherface、DiaPCA、2DLDA等方法进行了比较。实验结果表明,该方法比其他方法的识别性能要好。

**关键词** 2维主成份分析 2维线性判别分析 对角主成份分析 对角线性鉴别分析 特征抽取 人脸识别

**中图法分类号**: TP391.4 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2008)04-0686-05

## A Diagonal Linear Discriminant Analysis Algorithm with Application to Face Recognition

LIN Yu-sheng<sup>1)</sup>, WANG Jian-guo<sup>1,2)</sup>, YANG Jing-yu<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(Department of Computer Science Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094)

<sup>2)</sup>(Tangshan College, Network & Education Center, Tangshan 063000)

**Abstract** Two-dimensional (2D) feature extraction using methods such as 2DPCA (two-dimensional principal component analysis) and 2DLDA (two-dimensional linear discriminant analysis) is of interest in face recognition because it extracts discriminative features faster than one-dimensional (1D) discrimination analysis. Recently, diagonal principal component analysis (DiaPCA) is proposed for face recognition based on 2DPCA. DiaPCA reserves the correlations between variations of rows and those of columns of images. It overcomes that the projective vectors of 2DPCA only reflect variations between rows of images and variations between columns of images are omitted, while the omitted variations between columns of images are usually also useful for recognition. However, DiaPCA in particular cannot make full use of discriminative information during process of feature extraction and the projective vectors of 2DLDA also only reflect variations between rows of images, Therefore recognition performance of DiaPCA and 2DLDA is affected. To solve the problem, diagonal linear discriminant analysis (DiaLDA) was proposed in this paper. Experimental results on ORL and FERET face database demonstrate the proposed algorithm is superior to 2DLDA and DiaPCA method and some existing well-known methods.

**Keywords** 2DPCA (two-dimensional principal component analysis), 2DLDA (two-dimensional linear discriminant analysis), DiaPCA (diagonal principal component analysis), DiaLDA (diagonal linear discriminant analysis), feature extraction, face recognition

**基金项目**: 国家自然科学基金项目(60472060)

**收稿日期**: 2006-08-18; **改回日期**: 2006-11-28

**第一作者简介**: 林宇生(1978 ~ ), 男, 南京理工大学计算机系博士研究生。主要从事图像处理、模式识别方面研究。E-mail: smallcat\_

## 1 引言

众所周知,特征抽取是人脸识别的关键。特征抽取的目的是为了减少人脸图像的维数,以便使所抽取的特征尽可能有代表性。到目前为止,已经有很多的特征抽取方法应用在人脸识别上。基于代数的特征抽取方法是当前人脸识别的主流,并且取得了较好的实验效果。在此类的特征抽取方法中,基于主成份分析(PCA)<sup>[1]</sup>的特征抽取方法与基于 Fisher 鉴别准则的 Fisherface 方法<sup>[2]</sup>是使用较广的人脸识别方法。基于 Fisher 鉴别准则的特征抽取方法,由于可得到有助于分类的最佳鉴别信息,其识别性能好于 PCA 方法,因此成为代数方法中的一个热点。

以上所提及的两种特征抽取方法都是基于向量进行分析的,即在处理图像之前,首先把图像矩阵转换为向量,而后基于这些向量来获得最优投影向量。然而人脸图像是高维模式,例如图像的分辨率为  $112 \times 92$ ,那么所得的图像向量的维数高达 10 304,这就给随后的特征抽取造成了困难。所形成的困难主要有以下两点:(1) 协方差矩阵或者散度矩阵的计算困难;(2) 计算耗时。为了解决以上问题, Yang 与 Ming 分别提出了基于图像矩阵的 2 维主成份分析方法(2DPCA)<sup>[3]</sup>和 2 维线性鉴别分析方法(2DLDA)<sup>[4]</sup>。但是 2DPCA 投影向量仅反映了图像行之间的变化,而遗漏了图像列之间的变化,可是图像列之间的变化也是人脸识别中的有用信息。为了克服这一缺点,文献[5]提出了对角主成份分析(DiaPCA)方法,该方法虽保持了图像的行变化和图像的列变化之间的相关性,可是 DiaPCA 方法并没有融入鉴别信息,同时 2DLDA 方法也具有与 2DPCA 方法同样的缺点,从而分别影响了 DiaPCA 与 2DLDA 两种方法的识别性能。本文针对这一问题,提出了对角线性鉴别分析(DiaLDA)的新算法。在 ORL 和 FERET 人脸库<sup>[6,7]</sup>进行了实验,并与 PCA、Fisherface、DiaPCA、2DLDA 等方法进行了比较。实验结果表明,该新方法比其他方法的识别性能要好。

## 2 对角线性鉴别分析方法

### 2.1 对角线性鉴别分析的提出

文献[8]指出,由于 2DPCA 方法是基于行的 PCA,因此,它仅能反映图像行之间的变化信息,而遗漏了图像列之间的变化信息。这就意味着它不能反映一些结构信息(如一个人脸的多个区域,像眼

睛和鼻子等)。从人脸的结构信息考虑,人脸图像的行变化信息与列变化信息之间具有相关性,即只有这两种信息相结合,才能反映出人脸的某种结构信息。因此,在特征抽取的过程中,就应该保持这两种变化信息的相关性,也就是说,所抽取的特征既要反映行之间的变化信息,也要反映列之间的变化信息,即应该整合原始图像行与列的信息,以便在实施 2DPCA 时,能够保持人脸图像中这种行变化与列变化之间的相关性,用于克服 2DPCA 方法仅反映图像行之间变化信息的缺点,进而找到一些对识别有用的人脸结构信息。基于上述思想,文献[5]提出了 DiaPCA 方法。此方法首先通过将原始人脸图像转变成相应的对角人脸图像,以便把原始图像的行与列的信息整合起来;然后基于对角人脸图像执行 2DPCA 方法求解最优投影向量。因此,与 2DPCA 方法相比, DiaPCA 方法保持了人脸图像中行变化与列变化之间的这种相关性。对角主成份分析的目的就是希望能在原始图像中找到一些对识别有用的人脸结构信息。但是,这种方法始终是主成份分析,并没有融入鉴别信息,同时基于对 2DLDA 方法<sup>[4]</sup>的观察, 2DLDA 方法也具有与 2DPCA 方法同样的这种缺点,从而分别影响了 DiaPCA 与 2DLDA 两种方法的识别率。为了解决这一问题,本文提出了一种对角线性鉴别分析方法。

### 2.2 对角线性鉴别分析算法

假设有  $M$  个训练人脸图像构成训练样本集  $\mathbf{G}$ ,  $C$  表示类别数,  $N$  表示每类样本的数量。每个图像可以表示成  $m \times n$  大小的矩阵  $\mathbf{A}_k$  ( $k=1, 2, \dots, M$ )。对于每个训练图像,其相应的对角人脸图像定义如下:

(1) 如果高  $m$  和宽  $n$  相等或者  $m$  比  $n$  小,则可以使用图 1(a)的方法<sup>[5]</sup>把原始图像  $\mathbf{A}$  转换成对角图像  $\mathbf{B}$ ;

(2) 如果高  $m$  比宽  $n$  大,则可以使用图 1(b)的方法把原始图像  $\mathbf{A}$  转换成对角图像  $\mathbf{B}$ ;

使用图 1 所表示的说明方法,对于每个人脸图像  $\mathbf{A}_k$  都会取得相应的对角人脸图像  $\mathbf{B}_k$ 。这里可以注意到,对于每个训练人脸图像  $\mathbf{A}_k$  和其相应的对角人脸图像  $\mathbf{B}_k$  具有相同的尺寸。

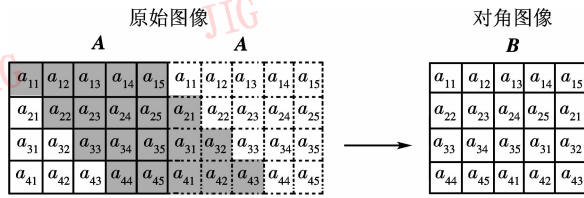
对于对角人脸图像  $\mathbf{B}$ ,其类间对角散度矩阵  $\mathbf{S}_B$  和类内对角散度矩阵  $\mathbf{S}_W$  定义为

$$\mathbf{S}_B = \sum_{i=1}^C N(\bar{\mathbf{B}}_i - \bar{\mathbf{B}})^T (\bar{\mathbf{B}}_i - \bar{\mathbf{B}}) \quad (1)$$

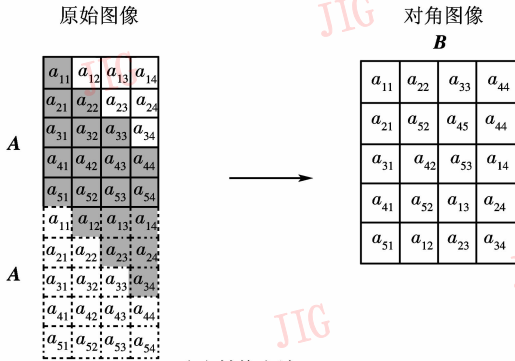
$$\mathbf{S}_W = \sum_{i=1}^C \sum_{k=1}^N (\mathbf{B}_{k,i} - \bar{\mathbf{B}}_i)^T (\mathbf{B}_{k,i} - \bar{\mathbf{B}}_i) \quad (2)$$

式中,  $\bar{\mathbf{B}}$  表示所有训练样本对角人脸图像的均值,  $\bar{\mathbf{B}}_i$

( $i = 1, \dots, C$ ) 表示第  $i$  类对角人脸图像的均值,  $B_{k,i}$  表示第  $i$  类的第  $k$  个对角人脸图像。



(a) 原始图像转换为对角图像的方法(转换方法1)



(b) 转换方法2

图 1 取对角人脸图像的方法图解

Fig. 1 Two ways of deriving diagonal face image

根据 Fisher 准则, 就可以取得鉴别向量集。

Fisher 准则函数为

$$J(x) = \frac{x^T S_B x}{x^T S_W x} \quad (3)$$

当准则函数取得最大的时候, 则最优投影向量就可以取得, 即

$$x_{opt} = \operatorname{argmax} J(x) \quad (4)$$

如果  $S_W$  是非奇异的, 那么以上求解最优向量的问题就可以转化为求解广义特征值的问题

$$S_B x_{opt} = \lambda S_W x_{opt} \quad (5)$$

上面的方程,  $\lambda$  是  $S_W^{-1} S_B$  的最大特征值。一般情况下, 求解一个特征向量是不够的。通常, 需要选择一个投影向量集  $\{x_1, \dots, x_d\}$ , 而且要满足正交约束条件。投影向量集可以表示成下面数学表达式:

$$\begin{cases} \{x_1, \dots, x_d\} = \operatorname{argmax} J(x) \\ x_i^T x_j = 0, i \neq j, i, j = 1, \dots, d \end{cases} \quad (6)$$

实际上, 最优投影向量  $x_1, \dots, x_d$  就是  $S_W^{-1} S_B$  前  $d$  个特征值的正交特征向量。使用这些投影向量, 就可以形成一个新的  $n \times d$  大小的投影矩阵  $X = (x_1, \dots, x_d)$ 。训练样本在投影矩阵  $X$  上的投影将产生  $m \times d$  大小的特征矩阵

$$Y_k = A_k X \quad (7)$$

### 2.3 分类

本文使用最近邻分类器进行分类。假设训练图像的特征矩阵为  $Y_1, Y_2, \dots, Y_M$  ( $M$  是训练图像的总数), 且每个图像都属于一个类  $i$ , 当给定一个测试图像  $Z$  的特征矩阵  $Y$ , 则  $Y$  与  $Y_k$  之间的距离就可以表示为如下形式:

$$d(Y, Y_k) = \|Y - Y_k\| = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^d (Y^{(i,j)} - Y_k^{(i,j)})^2} \quad (8)$$

## 3 实验结果

为了测试 DiaLDA 算法的识别性能, 本文采用 ORL 人脸数据库<sup>[6]</sup> 和 FERET 人脸数据库<sup>[7]</sup> 进行了识别对比实验。下面分别阐述用这两种人脸数据库的实验结果。

### 3.1 在 ORL 人脸数据库上的实验

ORL 人脸数据库是由剑桥大学实验室 1992 年 4 月到 1994 年 4 月拍摄的一系列人脸图像组成, 具体为 40 个人, 每个人由不同表情或不同视点的 10 幅图像所构成, 倾斜角度不超过  $20^\circ$ 。人脸库中某一人的 10 幅图像如图 2 所示。



图 2 ORL 人脸数据库中某一人的 10 幅图像

Fig. 2 Ten images in ORL database

实验是采用分辨率为  $112 \times 92$  人脸图像。实验时, 随机取 5 个人脸图像作为训练数据集, 5 个作为测试数据集。实验时首先分别用 PCA, Fisherface、DiaPCA、2DLDA、DiaLDA 5 种方法对图像进行特征提取, 然后用最近邻分类器进行分类。表 1 给出了 5 种方法的最高识别率、维数的比较。从表 1 可以看出, 本文提出的 DiaLDA 方法的识别率最高。表 2 为 DiaPCA、DiaLDA、2DLDA 3 种方法取相同的特征维数时的识别率比较。

表 1 不同识别方法在 ORL 人脸数据库中的识别率比较

Tab. 1 Comparison of different approaches on ORL database

方 法	特征维数	识别率(%)
DiaLDA	112 × 7	93.50
2DLDA	112 × 5	93.00
DiaPCA	112 × 10	93.00
Fisherface	39	90.00
PCA	40	89.50

表 2 3 种识别方法在 ORL 人脸数据库中的识别率比较

Tab. 2 Comparison of different approaches in terms of recognition accuracy on ORL database

方 法	不同维数下的识别率(%)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DiaPCA	78.50	87.50	90.50	91.00	91.50	92.00	91.50	91.50	92.00	93.00
2DLDA	81.50	90.00	91.00	90.05	93.00	91.50	92.00	92.00	91.00	91.00
DiaLDA	81.50	91.50	92.50	92.00	92.50	92.50	93.50	92.50	92.50	91.00

表 3 不同识别方法在 ORL 人脸库上的最高识别率比较

Tab. 3 Comparison of different approaches in terms of top recognition accuracy on ORL databas

方 法	不同的训练样本数目的识别率(%)		
	3	4	6
DPCA	85.36(40)	93.33(40)	95.63(40)
Fisherface	86.07(39)	93.33(39)	96.88(39)
DiaPCA	88.57(112 × 6)	95.83(112 × 7)	98.13(112 × 6)
2DLDA	91.07(112 × 5)	95.83(112 × 5)	97.50(112 × 5)
DiaLDA	91.43(112 × 2)	96.67(112 × 3)	98.75(112 × 4)

### 3.2 在 FERET 人脸数据库上的实验

为了检验在不同表情和光照条件下本文方法的识别率,又在 FERET 人脸库上进行了不同方法的识别效果对比实验。FERET 人脸库有 200 个人,每个人 7 幅图像,一共有 1 400 幅人脸图像,这些照片在不同的表情和光照等条件下拍摄。图 3 是 FERET 人脸库中某人的 7 幅图像。实验中,采用的是尺寸为 60 × 60 的人脸图像,随机取 4 个人脸图像作为



图 3 FERET 人脸数据库中某人的 7 幅图像

Fig. 3 Seven images in FERET database

为了进一步说明本文方法的识别性能,又用此人脸图像数据库再做另外的一个实验。即分别随机从每类中取样本数目  $\vartheta$  分别为 3, 4, 6 构成训练样本集,用图像数据库中训练样本集之外的图像构成测试样本集。表 3 表示了训练样本数目不同的情况下 5 种方法的最高识别率。括号里的数表示得到最高识别率时的最佳特征维数。

训练数据集,3 个作为测试数据集。表 4 是用 5 种方法得到最高正确识别率时的最佳特征维数、误识数目、正确识别率(%)比较。

表 4 不同识别方法在 FERET 人脸数据库上的识别率比较

Tab. 4 Comparison of different approaches on FERET database

方 法	特征维数	误识数目	识别率(%)
PCA	40	259	56.83
Fisherface	39	241	59.83
DiaPCA	60 × 7	227	62.17
2DLDA	60 × 7	233	61.17
DiaLDA	60 × 5	224	62.67

表 5 表示 DiaLDA、2DLDA、DiaPCA 3 种方法在取相同的特征维数的情况下的识别率比较,图 4 为其相应的曲线图。

通过对两种人脸数据库进行的实验结果对比可以看出,本文所提出的对角线性鉴别分析算法的最高识别率比 PCA、Fisherface、DiaPCA、2DLDA 4 种方法的最高识别率都要高。表 2 和表 5 则表示了两种人脸数据库在相同特征维数的情况下,DiaPCA、2DLDA、DiaLDA 3 种方法的识别率的比较,由表 2 与表 5 可以看出,在相同特征维数的情况下,DiaLDA 方法的识别率整体上高于 DiaPCA 方法和 2DLDA 方法,图 4 为其相应的识别率曲线。从以上的实验结果可以看出,由于本文所提方法分别由于克服了 DiaPCA 方法没有融入鉴别信息与 2DLDA 方法仅反映了图像行之间的变化等两个缺点,因此,人脸的识别率有了明显的提高。

表 5 3 种识别方法在 FERET 人脸数据库中的识别率比较

Tab. 5 Comparison of three approaches in terms of recognition accuracy on FERET database

方 法	不同维数下的识别率 (%)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DiaPCA	51.83	53.00	58.50	58.83	61.00	60.50	62.17	60.67	59.67	58.17
2DLDA	52.67	53.00	57.33	60.17	60.83	61.00	61.17	61.00	58.83	57.33
DiaLDA	49.67	57.33	58.17	61.17	62.67	61.83	62.00	61.67	60.67	60.17

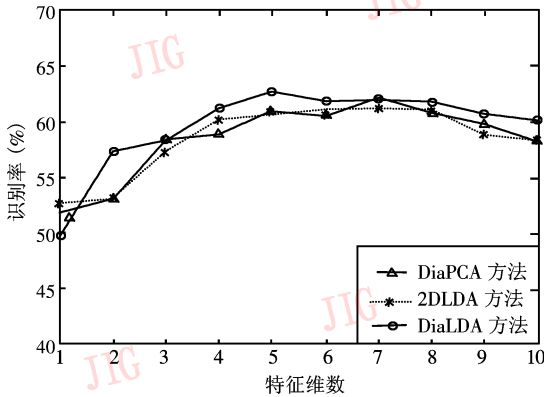


图 4 3 种方法在 FERET 人脸库上的比较

Fig. 4 Comparison of three approaches on FERET database

## 4 结 论

本文提出了一种对角线性鉴别分析方法。该方法由于克服了 DiaPCA 方法没有融入鉴别信息与 2DLDA 方法仅反映了图像行之间的变化等两个缺点,从而提高了人脸的识别性能。同时还在 ORL 和 FERET 人脸库进行了实验,并与 2DLDA、DiaPCA、PCA、Fisherface 等方法进行了比较。实验结果表明,本文方法比其他方法的识别性能要好。但是,该新方法还是有它的缺点。由于该方法也是基于 2 维的方法,所以影响了识别速度,同时,也需要比特征脸和 Fisherface 算法用更多的内存来存储图像。

## 参考文献 (References)

- 1 Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition [J]. Journal of Cognitive Neuroscience, 1991, 3 (1): 71 ~ 86
- 2 Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using class specific linear projection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19 (7): 711 ~ 720.
- 3 Yang J, Zhang D, Frangi A F, et al. Two-dimensional PCA: a new approach to appearance-based face representation and recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26 (1), 131 ~ 137.
- 4 Ming L, Yuan B. 2D-LDA: a statistical linear discriminant analysis for image matrix [J]. Pattern Recognition Letters, 2005, 26 (5): 527 ~ 532.
- 5 Zhang Dao-qiang, Zhoua Zhi-hua, Chen Song-can. Diagonal principal component analysis for face recognition [J]. Pattern Recognition, 2006, 39(1): 140 ~ 142.
- 6 ORL face database [EB/OL]. <http://www.uk.research.att.com/facedatabase.html>.
- 7 FERET face database [EB/OL]. [http://www.itl.nist.gov/iad/humanid/feret/feret\\_master/html](http://www.itl.nist.gov/iad/humanid/feret/feret_master/html).
- 8 Zhang D Q, Chen S C, Liu J. Representing image matrices: eigenimages vs. eigenvectors [A]. In: Proceedings of the Second International Symposium on Neural Networks (ISNN'05), Lecture Notes in Computer Science [C], Chongqing, China, 2005, 3497: 659 ~ 664.